

## **Софтуер за изчисление и визуализация на термодинамичните състояния и процеси при обработка на влажен въздух**

**Борислав Станков, Светослав Влашки, Йордан Стоянов**

*Представеният софтуер позволява изчисляване на термодинамичните състояния и процеси при обработката на влажен въздух, както и визуализирането им в интерактивна  $h$ - $x$  диаграма. Софтуерът е на български език и представлява самостоятелно приложение, разработено в програмната среда MATLAB. Изчислителните алгоритми са базирани на термодинамичните зависимости за смеси от идеални газове. За валидация са използвани данни за реалните термодинамични свойства на влажния въздух от ASHRAE RP-1485.*

*Ключови думи: влажен въздух; психрометрия; диаграма на Молиер;  $h$ - $x$  диаграма; MATLAB; валидация.*

## **Software for calculation and visualization of the thermodynamic states of moist air and the psychrometric processes in air handling systems**

**Borislav Stankov, Svetoslav Vlashki, Jordan Stoyanov**

*The herein presented software allows for calculation of the thermodynamic properties of moist air and the psychrometric processes in air handling systems, as well as their visualization in an interactive Mollier ( $h$ - $x$ ) diagram. It is a stand-alone application, developed in the MATLAB programming environment. The underlying algorithms are based on the ideal gas model. They have been validated by comparison with data on the thermodynamic properties of real moist air from ASHRAE RP-1485.*

*Keywords: moist air; psychrometrics; Mollier diagram;  $h$ - $x$  diagram; MATLAB; validation.*

### **Увод**

Определянето на термодинамичните свойства на влажния въздух в различните етапи на неговата обработка е основен елемент при проектирането и енергийното моделиране на системите за кондициониране на въздуха. С развитието на информационните технологии, приложимостта на традиционните подходи, основани на използването на диаграми, таблици и опростени формули, става все по-ограничена. Софтуерните инструменти дават възможности за използването на надеждни и точни алгоритми за изчисляване на параметрите на влажния въздух, докато ролята на диаграмите се свежда до графично изобразяване на изчислените термодинамични състояния и процеси [1]. Последното улеснява тяхното разбиране и е особено ценно в процеса на обучение.

Представеният софтуер позволява изчисляване на термодинамичните свойства на влажния въздух и на процесите, свързани с неговата обработка, за различни комбинации от известни параметри. Основен елемент от програмния продукт е интерактивна  $h$ - $x$  диаграма, на която се визуализират съответните състояния и процеси. Софтуерът е на български език и е разработен в програмната среда MATLAB [2]. Компилиран е като самостоятелно приложение, което изисква единствено инсталирането на свободно достъпния MATLAB Runtime. За валидация на изчислителните алгоритми са използвани данни за реалните термодинамични свойства на влажния въздух от ASHRAE RP-1485 [3,4].

## Основни термодинамични параметри

В литературата са дефинирани над 50 параметъра, характеризиращи термодинамичните свойства на влажния въздух [1], но най-основните и практически приложими сред тях са дадени в табл.1.

Табл.1.

Основни термодинамични свойства на влажния въздух

Параметър	Означение	Дименсия
Температура (на сухия термометър)	$t$	°C
Температура на мокрия термометър	$t_{wb}$	°C
Температура на оросяване	$t_{dp}$	°C
Влагосъдържание	$x$	kg <sub>wv</sub> /kg <sub>da</sub>
Относителна влажност	$\phi$	%
Специфична енталпия	$h$	kJ/kg <sub>da</sub>
Специфичен обем	$v$	m <sup>3</sup> /kg <sub>da</sub>
Парциално налягане на водната пара	$p_{wv}$	kPa
Налягане на насищане на водната пара	$p_{ws}$	kPa
Барометрично налягане	$p_{bar}$	kPa

Индексите  $wv$  и  $da$  се отнасят съответно за водната пара и сухия въздух. Влагосъдържанието, специфичният обем и специфичната енталпия се съотнасят към масата на сухия въздух. Като основен параметър в софтуера целенасочено е използван специфичният обем, вместо параметъра *плътност*,  $\rho$  [kg/m<sup>3</sup>], за да се избегне възможното двусмислие по отношение на последния [1,5]. Точните дефиниции на всички параметри от табл.1 са дадени в литературата [1,5-7].

Софтуерът позволява изчисляването на всички параметри от табл.1, при зададено барометрично налягане и произволна комбинация от параметрите:  $t$ ,  $t_{wb}$ ,  $t_{dp}$ ,  $x$ ,  $\phi$  и  $h$ , с изключение на следните две комбинации:

- $t_{dp}$  и  $x$  – двата параметъра, заедно с  $p_{wv}$ , са пряко свързани помежду си и не са взаимно независими; т.е. комбинацията е нерешима.
- $t_{wb}$  и  $h$  – двата параметъра са теоретично независими, но са много тясно свързани – промяната в енталпията при процес на адиабатно насищане ( $t_{wb} = \text{const}$ ) е много малка и процесът е почти изоенталпиен; от гледна точка на точността и надеждността на изчислителните процедури, всеки от двата параметъра трябва да бъде използван самостоятелно, в комбинация с друг независим параметър [1];

## Изчислителни алгоритми

Влажният въздух е моделиран като смес от идеални газове (сух въздух и водна пара), при което са валидни законите на Клапейрон (за състоянието), Далтон (за парциалните налягания) и Гибс-Далтон (за специфичните параметри на смес от идеални газове) [7]. Критичните налягания на водата (22.064 МПа) и сухия въздух (3.76 МПа) са много по-високи от нормалните атмосферни налягания и по тази причина моделирането им като идеални газове е напълно обосновано. В диапазона от -40°C до 65°C и при барометрични налягания под 300 kPa, зависимостите за идеални газове дават резултати изключително близки до реалните – точността им е много по-висока от точността на останалите изчисления при оразмеряването и моделирането на системи за кондициониране на въздуха (топлинни товари, загуби на налягане и т.н.) [1].

В табл.2. са дадени основните константи, които се използват за изчисленията [1,5]. В диапазона от  $-40^{\circ}\text{C}$  до  $65^{\circ}\text{C}$  специфичните топлинни капацитети на сухия въздух и водната пара се изменят в много тесни граници и загубата в точността от приемането им като константи е незначителна [1].

Табл.2.

Константи използвани за изчисленията

Параметър	Означение	Стойност
Моларна маса на сухия въздух	$M_{da}$	28,966 kg/kmol
Моларна маса на водата	$M_w$	18,015268 kg/kmol
Газова константа на сухия въздух	$R_{da}$	0,287042 kJ/(kg.K)
Газова константа на водната пара	$R_w$	0,461524 kJ/(kg.K)
Съотношение на газовите константи	$R_{da}/R_w=M_w/M_{da}$	0,621945
Специфичен топлинен капацитет на сухия въздух	$c_{p,da}$	1,006 kJ/(kg.K)
Специфичен топлинен капацитет на водната пара	$c_{p,wv}$	1,84 kJ/(kg.K)
Специфичен топлинен капацитет на водата (теч.)	$c_{p,w@t \geq 0}$	4,186 kJ/(kg.K)
Специфичен топлинен капацитет на леда	$c_{p,w@t < 0}$	2,1 kJ/(kg.K)
Енталпия на фазов преход (вода - пара)	$h_{vap@t \geq 0}$	2500,9 kJ/kg
Енталпия на фазов преход (лед - пара)	$h_{vap@t < 0}$	2834,4 kJ/kg

Софтуерът позволява изчисляването на барометричното налягане спрямо надморската височина,  $Z$  [m], по следната формула [1,5,6]:

$$p_{bar} = 101,325(1 - 2,25577 \cdot 10^{-5}Z)^{5,2559} \quad (1)$$

За моделирането на системите за обработка на влажен въздух е прието, че абсолютното налягане не се променя, както е обичайната практика. Промени в барометричното налягане до 10 kPa имат незначителен ефект върху изчисленията [1].

Влагосъдържанието, относителната влажност, специфичната енталпия и специфичният обем се изчисляват въз основа на зависимостите за идеални газове:

$$x = 0,621945 \frac{p_{wv}}{p_{bar} - p_{wv}} \quad (2)$$

$$\phi = \frac{p_{wv}}{p_{ws}} \cdot 100 \quad (3)$$

$$h = c_{p,da}t + x(h_{vap@t=0} + c_{p,wv}t) = 1,006t + x(2500,9 + 1,84t) \quad (4)$$

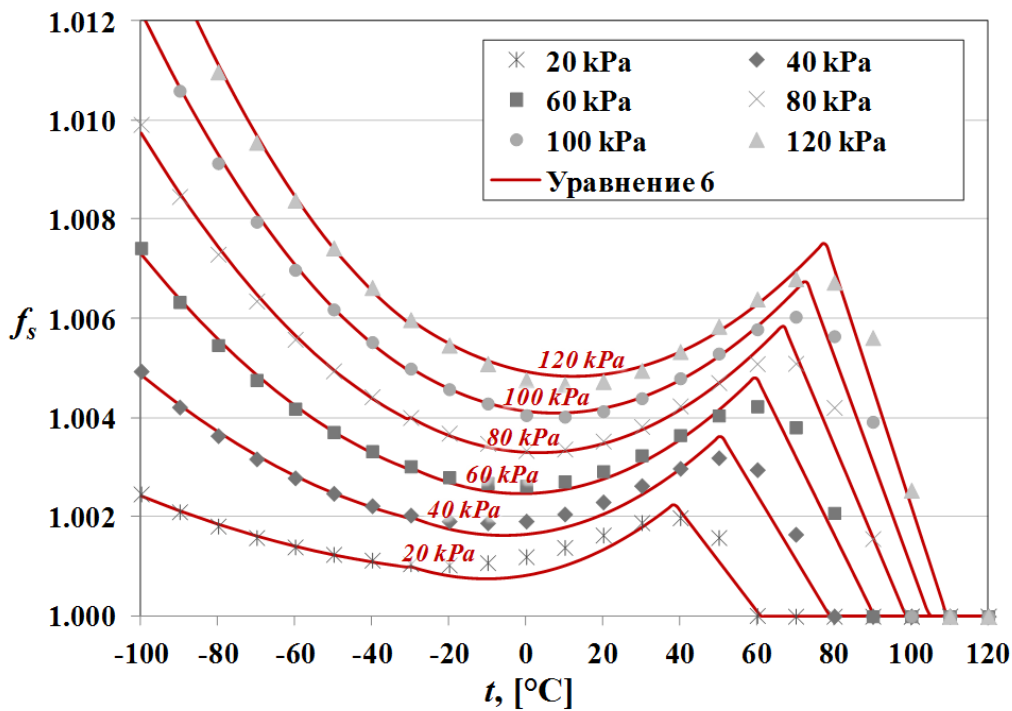
$$v = \frac{R_w(x + 0,621945)(t + 273,15)}{p_{bar}} \quad (5)$$

Налягането на насищане на водната пара, като функция от температурата, се изчислява по формулите от IAPWS-97 (валидна в диапазона от  $0^{\circ}\text{C}$  до  $373^{\circ}\text{C}$ ) [1,8] и IAPWS-06 (валидна в диапазона от  $-223^{\circ}\text{C}$  до  $0^{\circ}\text{C}$ ) [1]. Това са най-точните уравнения налични в литературата [1,5]. За допълнително подобрене в точността (отчитане на взаимодействието между компонентите на сухия въздух и молекулите на водата), изчислената стойност се коригира с фактора  $f_s$  [1,3].

Стойностите на този фактор, за температури от  $-100^{\circ}\text{C}$  до  $120^{\circ}\text{C}$  и барометрични налягания от 20 kPa до 120 kPa, са получени чрез *LibHuAirProp* функциите на ASHRAE [4] (фиг.1). В тази област стойностите се изменят от 1.0000 до 1.0149. В софтуера са използвани следните зависимости, получени чрез регресионен анализ:

$$f_{s@t < -30} = 1 + 7,958 \cdot 10^{-9} t^2 p_{bar} + 4,205 \cdot 10^{-5} p_{bar}$$

$$f_{s@t \geq -30} = \max \left\{ \begin{array}{l} 1 \\ \min \left\{ \begin{array}{l} 1 + 4,12 \cdot 10^{-5} p_{bar} + (1,9 \cdot 10^{-5} - 2,88 \cdot 10^{-7} p_{bar}) t + 6,39 \cdot 10^{-7} t^2 \\ 1,0022 + 2 \cdot 10^{-4} p_{bar} - (1,38 \cdot 10^{-6} p_{bar} + 7,43 \cdot 10^{-5}) t \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (6)$$



Фиг.1. Сравнение между уравнение 6 и реалните стойности на фактора  $f_s$ , при съответните температури и барометрични налягания

Температурата на оросяване се получава чрез итеративно решение на уравнението:

$$p_{ws@t_{ap}} = \frac{\phi}{100} \cdot p_{ws@t} \quad (7)$$

Температурата на мокрия термометър също се изчислява итеративно, въз основа на топлинния баланс на процес на адиабатно насищане [5,7]:

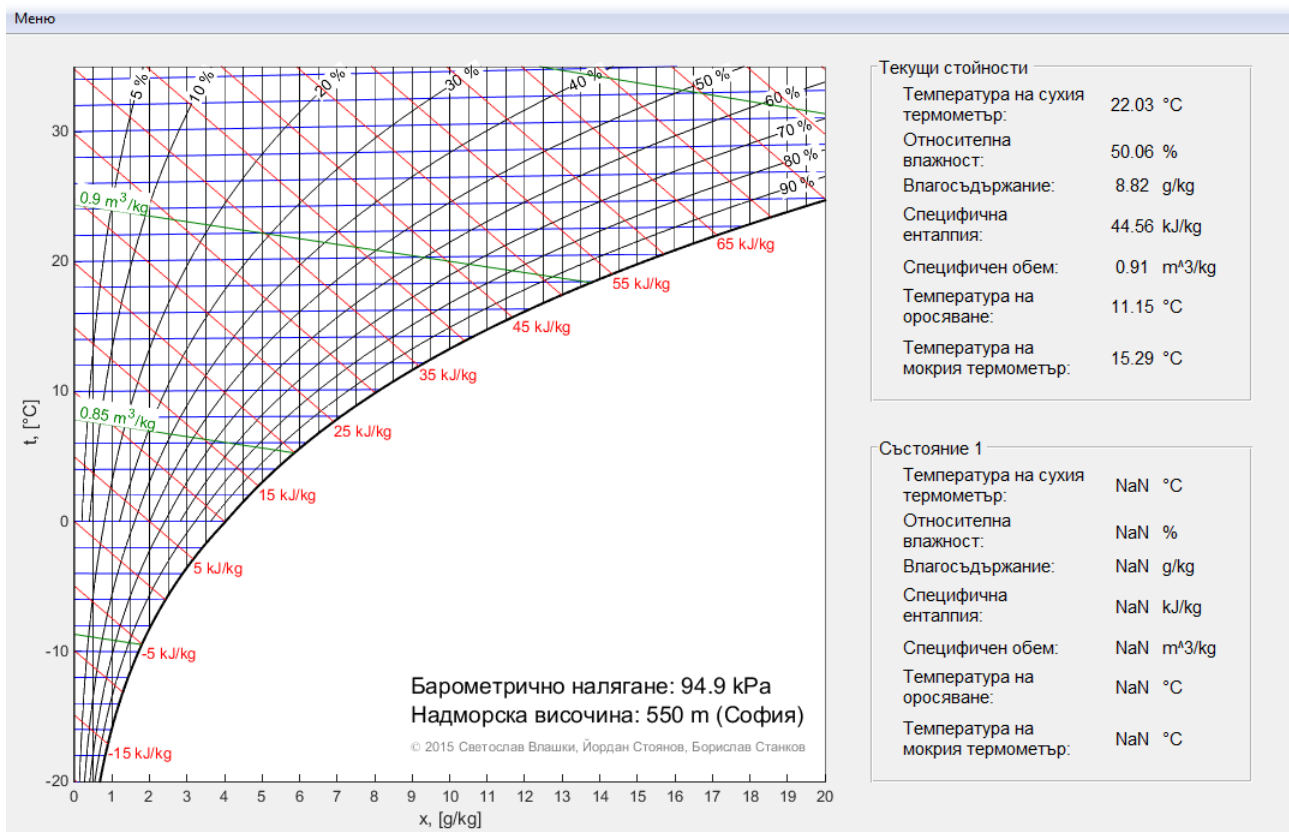
$$x = \frac{x_{s@t_{wb}} \left[ h_{vap@t_{wb}} + (c_{p,wv} - c_{p,w@t_{wb}}) t_{wb} \right] - c_{p,da} (t - t_{wb})}{h_{vap@t_{wb}} + c_{p,wv} t - c_{p,w@t_{wb}} t_{wb}} \quad (8)$$

$$x_{s@t_{wb}} = 0,621945 \frac{p_{ws@t_{wb}}}{p_{bar} - p_{ws@t_{wb}}} \quad (9)$$

Итерации са необходими и за решаване на повечето случаи, в които не е известна температурата на сухия термометър. За итеративните решения е използван методът на Нютон-Рафсън.

## Графичен интерфейс

Графичният интерфейс е разработен в развойните среди MATLAB Editor и MATLAB Guide [2]. Състои се от основен работен екран (фиг.2), включващ интерактивната диаграма на Молиер, и допълнителни диалогови прозорци, които се извикват чрез падащи менюта. При стартиране на програмата  $h$ - $x$  диаграмата се изчертава според записаните стойности по подразбиране за барометричното налягане и лимитите на двете оси.

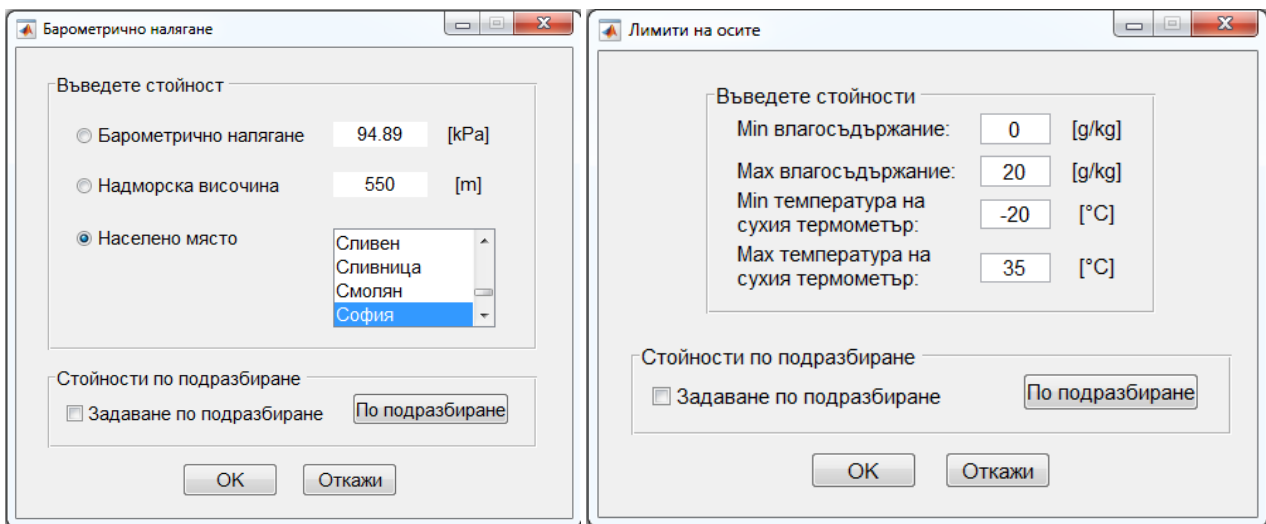


Фиг.2. Основен работен екран на софтуера – интерактивна диаграма на Молиер

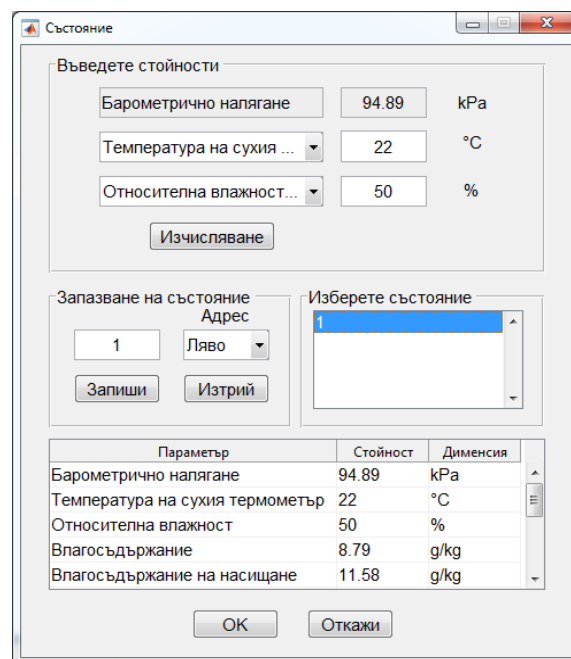
Барометричното налягане и лимитите могат да се променят през съответните диалогови прозорци (фиг.3). Барометричното налягане може да бъде задавано и въз основа на въведена стойност за надморската височина или избор на населено място от готов списък. В готовия списък са налични всички населени места в България, които са включени в таблицата с изчислителни параметри на външния въздух от Наредба № 15 [9].

На фиг.4 е показан диалоговият прозорец, чрез който може да се изчислява термодинамичното състояние на влажния въздух по избрана комбинация от известни параметри. Изчисленото състояние може да се записва и визуализира като обект на диаграмата. Някои операции могат да се извършват и директно върху диаграмата на основния работен екран. При маркиране на точка от диаграмата, нейните параметри се визуализират в полето, намиращо се в долната половина от дясната част на основния работен екран. В горната половина се показват текущите стойности, според разположението на показалеца на мишката върху диаграмата.

Предстои в софтуера да бъдат въведени допълнителни функционалности, като изчисляване и визуализиране на разнообразни процеси на обработка на влажния въздух.



Фиг.3. Екрани за избор на барометрично налягане и промяна на границите на двете оси



Фиг.4. Диалогов прозорец за изчисляване и записване на състояние

## Валидация

Изчислителните алгоритми на софтуера са валидирани чрез сравнение с данни за реалните термодинамични свойства на влажния въздух от ASHRAE RP-1485 [3]. Използвани са параметричните таблици, препоръчани от Gatley [1]. Сравненията са направени за три различни барометрични налягания, съответстващи на надморски височини от: 0 m (101,325 kPa), 1500 m (84,556 kPa) и 3000 m (70,108 kPa). Изменението на основните параметри е в следните граници:

- Температура: 5°C до 50°C;
- Температура на мокрия термометър: -3°C до 50°C;
- Температура на оросяване: -37,17°C до 50°C;

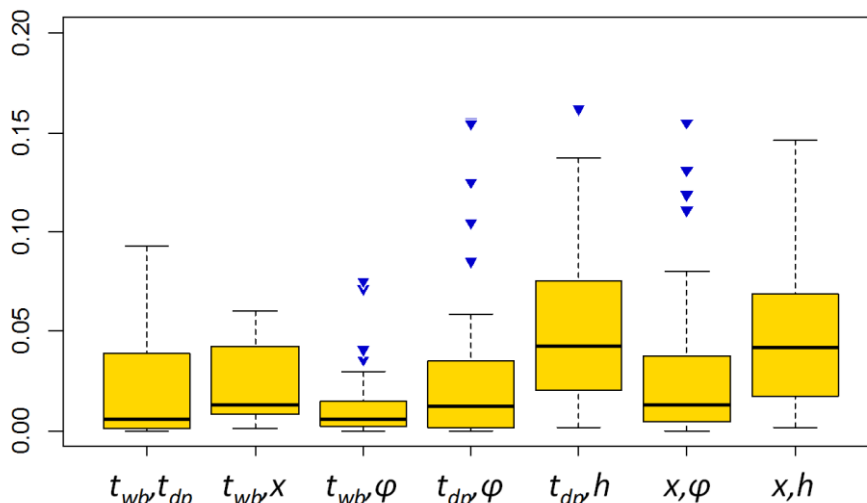
- Влагосъдържание: 0,11 до 133,71 g<sub>wv</sub>/kg<sub>da</sub>;
- Относителна влажност: 1,5% до 100%;
- Специфична енталпия: 5,3 до 396,8 kJ/kg<sub>da</sub>;
- Специфичен обем: 0,788 до 1,606 m<sup>3</sup>/kg<sub>da</sub>.

За всяка отделна комбинация от известни параметри са направени сравнения в 45 точки. Въз основа на зададените точни стойности на независимите променливи, са изчислени всички останали параметри. Изчислени са грешките, получени за всеки от неизвестните параметри, спрямо точните му стойности от параметричната таблица [1]. В табл.3 са представени средните стойности на абсолютните грешки (и техните стандартните отклонения), получени при изчисляване на параметрите:  $t$ ,  $t_{wb}$ ,  $t_{dp}$ ,  $x$ ,  $\phi$  и  $h$  (поотделно за различните комбинации от известни параметри). На фиг.5 са показани диапазоните на абсолютните грешки при определяне на температурата. Диапазоните (във вид на бокс-плот) също са показани поотделно за различните комбинации от известни параметри.

Табл.3.

Средни абсолютни грешки и стандартни отклонения

Неизв. параметър	Параметри, използвани заедно с барометричното налягане за изчисленията							
	$t, t_{wb}$	$t, t_{dp}$	$t, x$	$t, \phi$	$t, h$	$t_{wb}, t_{dp}$	$t_{wb}, x$	$t_{wb}, \phi$
$t, [^{\circ}\text{C}]$						0,021 ±0,024	0,023 ±0,019	0,012 ±0,017
$t_{wb}, [^{\circ}\text{C}]$		0,005 ±0,005	0,006 ±0,004	0,007 ±0,008	0,012 ±0,011			
$t_{dp}, [^{\circ}\text{C}]$	0,018 ±0,030		0,009 ±0,017	0,027 ±0,053	0,042 ±0,053		0,009 ±0,017	0,021 ±0,049
$x, [\text{g}/\text{kg}]$	0,010 ±0,008	0,004 ±0,004		0,011 ±0,013	0,020 ±0,017	0,004 ±0,004		0,009 ±0,009
$\phi, [\%]$	0,023 ±0,021	0,021 ±0,018	0,027 ±0,022		0,086 ±0,114	0,038 ±0,046	0,058 ±0,040	
$h, [\text{kJ}/\text{kg}]$	0,046 ±0,042	0,054 ±0,044	0,052 ±0,044	0,056 ±0,051		0,046 ±0,043	0,046 ±0,043	0,046 ±0,042



Фиг.5. Диапазони на абсолютните грешки при определяне на температурата

Резултатите от валидацията показват, че изчислителните алгоритми на софтуера дават много точни резултати. Изчисленията са най-точни, когато температурата е един от известните параметри. Малко по-големи отклонения се получават, когато относителната влажност е много ниска (под 5%) и температурата не е известна. Единствено комбинацията, в която известните параметри (освен  $p_{bar}$ ) са само енталпията и относителната влажност, дава сравнително големи грешки. Това се дължи на неточността на процедурата за определяне на температурата – медианата на абсолютната грешка при определяне на температурата е 0,38. Затова е препоръчително тази комбинация да бъде избягвана. Във всички останали случаи грешките са в действителност много по-малки от грешките на стандартните измервателни уреди. В допълнение, точността на изчисленията е много по-висока от тази на останалите изчисления при оразмеряването и моделирането на системи за кондициониране на въздуха.

### Заклучение

Представен е проложен софтуер с графичен интерфейс на български език, който позволява изчисляване и визуализиране на термодинамичните състояния и процеси при обработката на влажен въздух. Софтуерът може да бъде от полза както за инженери, занимаващи се със системи за обработка на влажен въздух, така и при обучението на студенти по съответните инженерни дисциплини.

### Литература

1. Gatley, D. P. *Understanding Psychrometrics*. 3rd ed. Atlanta, GA: ASHRAE, 2013. ISBN 9781936504312.
2. MATLAB R2014b. Natick, MA: The MathWorks Inc., 2014.
3. Herrmann, S., Kretzschmar, H.-J. and Gatley, D.P. *Thermodynamic Properties of Real Moist Air, Dry Air, Steam, Water, and Ice*. ASHRAE RP-1485 Final Report. Atlanta, GA: ASHRAE, 2009.
4. Herrmann, S., Kretzschmar, H.-J. and Gatley, D.P. *ASHRAE Library of Humid Air Psychrometric & Transport Property (LibHuAirProp) Functions for 64-bit MATLAB, I-P and SI Units*. Atlanta, GA: ASHRAE, 2011.
5. ASHRAE. *ASHRAE Handbook - Fundamentals*. Atlanta, GA: ASHRAE, 2009. ISBN 9781933742540.
6. Trogisch, A. and Franzke, U. *Feuchte Luft – h,x-Diagramm. Praktische Anwendungen und Arbeitshilfen*. Berlin: VDE Verlag, 2012. ISBN 9783800738373.
7. Balmer, R. T. *Modern Engineering Thermodynamics*. Burlington, MA: Academic Press, 2011. ISBN 9780123749963.
8. IAPWS. *Revised Release on the IAPWS Industrial Formulation 1997 for the Thermodynamic Properties of Water and Steam*. Lucerne, Switzerland: International Association for the Properties of Water and Steam, 2007.
9. Наредба № 15 от 28 юли 2005 г. за технически правила и нормативи за проектиране, изграждане и експлоатация на обектите и съоръженията за производство, пренос и разпределение на топлинна енергия. МРРБ и МЕЕР. 2006. (Обн., ДВ, бр. 68 от 2005 г.; попр., бр. 78 от 2005 г.; изм., бр. 20 от 2006 г.).

### Автори

д-р инж. Борислав Николов Станков – ТУ-София, катедра TXT, [bstankov@tu-sofia.bg](mailto:bstankov@tu-sofia.bg)  
маг. инж. Светослав Руменов Влашки – ТУ-София, катедра TXT, [svetoslav.vlashki@gmail.com](mailto:svetoslav.vlashki@gmail.com)  
маг. инж. Йордан Георгиев Стоянов – [danko\\_st@abv.bg](mailto:danko_st@abv.bg)